

小川英光 「擬似双直交性理論の創設による数理科学の発展」

OGAWA Hidemitsu “Advancing Mathematical Sciences via Development of the Theory of Pseudobiorthogonal Bases”

1. 略歴

1942年1月17日生 1965 東京工業大学卒業 1977 工学博士
1965 通商産業省工業技術院電気試験所（後に電子技術総合研
究所に改称）通商産業技官（1972.3まで）
1972 東京工業大学助手，助教授(1978)，教授(1987)，大学院
情報理工学研究科長(2001)，名誉教授（2005）
2005 東レエンジニアリング(株)非常勤顧問（2011.3まで）
2007 東京福祉大学教授（2021.3まで）
2011（公財）松前国際友好財団理事（2018.2まで）



主な受賞 電子情報通信学会(IEICE)論文賞(1976, 飯島泰蔵

と；1985, 中村伸隆と；1990, 熊沢逸夫, 田島博と；1993, 山下幸彦と；1994, 山崎一孝と),
同・米沢ファウンダーズ・メダル受賞記念特別賞(1993, 山下幸彦と)．計測自動制御学会技
術賞(2001, 北川克一, 平林晃, 水谷竜也と)．精密工学会技術賞(2011, 北川克一, 坪井辰彦,
杉原洋樹, 杉山将と)．フィンランド・ラッペーンランタ工科大学名誉工学博士(1994)など.

2. 要約

数理科学の役割は，個々の問題を理論的に解決することもさることながら，条件によつて異なる見え方をする問題に対して統一的に対処する方法を確立することである．また，異なる分野で独立に論じられている問題の中に同じ数学的構造を発見し，異分野を融合していくことも大切な役割である．小川は擬似双直交性理論という新しい言葉を作り，多種多様な標本化定理を統一した一般標本化定理を導いた．そして，標本化定理，信号・画像復元，CT画像再構成，機械学習等々の問題が同じ数学的構造をもっていることを示し，これらの分野を融合していった．また，こうして得られた理論を現実の問題に適用した．たとえば，一般標本化定理を利用した世界最速の表面形状測定装置を東レエンジニアリング(株)と共同で開発し，半導体や液晶などの製造工程における検査の自動化に貢献した．

3. 主な研究

(1) 言葉を作る

アインシュタインは，一般相対性理論を作るとき，自分の物理学的イメージを表現するための言葉（数学）が見つからなかった．そこで，ヨーロッパの数学者を訪ね歩き，遂に，イタリアで，「微分幾何」という新しい数学に出会った．そして，イタリアの数学者達と微

分幾何を精密な学問に仕上げながら、それをつかって、一般相対性理論を作っていた。

このように、何かの問題を論じるときには、その問題に相応しい言葉を使わなければならない。もしそのような言葉が見つからなければ、自分で相応しい言葉を作ることになる。小川は、信号・画像処理や機械学習のためのそのような言葉として、擬似双直交性理論を構築した[17]。

擬似双直交性理論は、正規直交基底の概念を三種類の方向に拡張したものである。第一の方向は、フーリエ級数展開に関係している。フーリエ級数展開は正規直交基底(ONB)による展開である。これを一次従属な系に拡張し、形式上は ONB と同様に扱えるようにしたものを、擬似直交基底(PseudoOrthogonal Basis, POB)という。第二の方向は、ベキ級数展開に関係している。ベキ級数展開は、直交はしていないが1次独立な関数系による展開であり、正規双直交基底(BONB)による展開である。これを一次従属な系に拡張し、形式上は BONB と同様に扱えるようにしたものを、擬似双直交基底(PseudoBiOrthogonal Basis, PBOB)という。第三の方向はまったく新しいものである。信号を表現するための基底を、その信号が属している空間の外から選ぶことができるようにし、形式上は PBOB と同様に扱えるようにしたものを、拡張擬似双直交基底(Extended PseudoBiOrthogonal Basis, EPBOB)という。これら三種類の基底を総称するときは単に擬似双直交基底とよび、それらの理論の総称を擬似双直交性理論とよぶ。

歴史的には、1973年に飯島泰蔵が POB の概念をユークリッド空間に対して提案した[1]。この概念は小川により引き継がれ、関数解析を用いた本格的な理論が作られた[2]。この枠組みにより、POB の概念は、PBOB および EPBOB へと自然に拡張されることになった。そして遂に、400 ページを超える壮大な理論体系として一冊の書籍にまとめられた[17]。なお、POB の業績に対して電子通信学会より論文賞を受賞した。

擬似双直交性理論には大きく三種類の応用がある。第一は、信号の冗長表現を利用して通信や信号処理における雑音を抑制したり、アナログ信号に対する誤り訂正符号を構成することである。病院などで使われている CT スキャナーのデータ収集システムは、期せずしてこのアナログ符号化になっている。この性質を利用して、雑音や故障に対して頑健な CT 画像再構成理論を構築した[3]。この業績に対して電子情報通信学会より論文賞を受賞した。第二の応用は、異なる状況を統一的に取り扱うことである。第三は、EPBOB の応用である。EPBOB により、狭義の PBOB の範囲では構成できなかった標本化定理をすべて構成できるようになる。

(2) 異なる状況を統一する

一つの問題でも、条件によって異なる姿を見せる。また、異なる分野で独立に論じられている問題も多い。こうした状況を統一し、一つの問題として扱えるようにすることは、数理科学の重要な役割である。

(2.1) 見方を統一する：たとえば、標本化定理の問題にも多くの場面がある。対象となる信号が1変数の場合と多変数の場合がある。標本点間隔が適切な場合、広すぎる場合（過少

標本化), 狭すぎる場合(過剰標本化)に遭遇する. また, 標本点が等間隔の場合と不等間隔の場合がある. さらに, フーリエ変換だけでなく, 他の積分変換をつかった帯域制限の条件も現れる. 従来は, それぞれの状況に合わせて個別に標本化定理が導かれていた. 小川は, さまざまな帯域制限の条件が, ヒルベルト空間に再生核(reproducing kernel)あるいは核関数(kernel function)とよばれる関数が存在するための十分条件であることに気づき, 再生核ヒルベルト空間[16]と擬似双直交性理論を用いて, 上述のすべての状況に対応できる一般標本化定理を構築した[4],[5], [17].

(2.2) 異分野を融合する: 異なる分野で独立に論じられている問題も, 本質につながる共通の数学的構造を明らかにすることにより, 一つの問題として融合することができる. その結果, ある分野で得られた結果を, 他の分野でもすぐに活用できることになる. 小川は, 標本化定理, 信号・画像復元, CT 画像再構成, 機械学習の問題が, 数学的には同じ構造をした問題であることを, 関数解析と擬似双直交性理論を用いて示した[6]. そして, たとえば, 信号・画像復元のために提案した射影フィルタの概念が, 機械学習の分野では射影学習として重要な役割を演じることを示した. これらの成果に対して電子情報通信学会より論文賞 2 回と米沢ファウンダーズ・メダル受賞記念特別賞を受賞した.

(2.3) 有限と無限を融合する: パターン認識の分野で重要な働きをするカルフーネン・ローエヴ(Karhunen-Loeve, KL)展開は, 本来は連続量に対して定義される積分方程式の固有関数による展開である. しかし, 実際には, 有限個のデータから作られる行列の固有値, 固有ベクトルで近似されてきた. 小川は, 行列の固有値が積分方程式の固有値と完全に一致する条件を求め, 対応する固有ベクトルから固有関数を厳密に構成する方法を与えた[7]. この業績に対して(財)手島工業教育資金団より研究論文賞を受賞した.

(3) 関数解析的学習理論の構築

初期のニューラルネットワーク(NN)による学習の研究では, NN に非線形素子が含まれているために理論解析は困難と思われ, もっぱら, 計算機シミュレーションによる方法がとられてきた. その結果, アルゴリズムの開発が優先され, 汎化能力に対して理論的保証がないままの状態が続いてきた. 小川は, 再生核ヒルベルト空間のなかで, 学習の目的を最適化問題として定式化し, その厳密解を理論的に与え, 汎化能力を直接議論できる枠組みを与えた[8],[9], [17]. そして, その最適解を NN という手段を用いて厳密に実現する方法を与えるとともに, 次の問題を解決した.

(3.1) 追加学習・能動学習: 学習が完了した後に新しい訓練データが得られる場合がある. すでに学習で用いた訓練データと追加された新しい訓練データをまとめて最初から学習しなおす一括学習では, 再び膨大な計算を行わなければいけない. そこで, すでに得られている学習結果と追加された訓練データだけを使って近似的に学習する方法が提案され, 追加学習とよばれている. 小川達は, 一括学習と同じ精度が得られる追加学習の方法を与えた[10]. また, 汎化能力を最大にする訓練データを設計する能動学習の解析解を与えた.

(3.2) 過学習・過適合: 誤差逆伝搬(BP)法という学習アルゴリズムでは, 学習を続けていく

と途中から汎化能力が落ちる過学習あるいは過適合とよばれる現象がある。小川達は、この問題を次のように捉えた。すなわち、BP法で行っている学習は、目的としている本来の学習の実現手段である。手段としての学習が目的としている学習と同じ汎化能力を与えるとき、本来の学習が手段としての学習を許容するという概念を導入し、許容性の理論を構築した。そして、許容性が成り立つための必要十分条件が、訓練データの取り方によって制御できることを示した[11]。この業績に対して電子情報通信学会より論文賞を受賞した。

許容性の理論は二種類の学習を論じたものである。さまざまな目的に対する許容性の条件は個別に求めることができる。しかし、それらをまとめて統一的に論じることができれば、計算の節約になるだけでなく、理解が一層深まることになる。そこで、無限種類の学習を同時に論じることができる射影学習族の理論を構築した[12]。

(4) 表面形状測定装置の開発（一般標本化定理の応用）

物体表面の形状をサブミクロンの精度で高速に測定する技術は、半導体や液晶などの分野で不可欠な技術である。光干渉法は非接触、高速、高精度であることから注目されてきたが、従来法は非常に狭い間隔でデータを測定する必要があり、データの採取と処理に時間を要し、工場自動化のためには不十分であった。小川達は一般標本化定理を利用した世界最速の計測法を開発した[13]。この計測法は東レエンジニアリング(株)により SP-500 シリーズとして商品化され、半導体や液晶などの製造工程管理用検査装置として導入されていった。また、基板上の bumps を全面・全数検査する装置も導入された。この成果は、2000年7月25日放映のNHK「クローズアップ現代」で紹介されるとともに、計測自動制御学会技術賞および(財)手島工業教育資金団発明賞を受賞した。

4. 社会貢献

(1) 世界最速の表面形状測定装置の開発

上記(4)でも述べたように、世界最速の表面形状測定装置を東レエンジニアリング(株)と共同で開発し、半導体や液晶などの製造工程における検査の自動化に貢献した。

(2) 郵便番号制度への貢献

日本の郵便番号が5桁から7桁に変更された際に、郵政省郵便処理システムの情報機械化に関する調査研究会の中の技術開発部会の主査として、技術的課題に取り組んだ。

5. 特記事項

1900年の国際数学会議で行われたヒルベルトの講演は、「ヒルベルトの23の問題」とよばれるようになり、20世紀前半の数学の流れに決定的な影響を与えた。また、多変数複素関数論の三大問題を一人で解決した岡潔は、「問題を解くのは一人でもできるが、よい問題を発見するのは困難で、共同研究によらなければいけない。」と述べている。

こうした事柄を念頭におきながら、小川は、1991年4月から2年間、電子情報通信学会に第3種研究会「パターン認識・理解の諸問題研究会」を設置し、21世紀におけるこの分野の方向付けを目指した。小川を委員長とする33名の委員により、基礎、音声、文字・文書、画像の分科会に分かれて、今後取り組むべき重要な課題を整理した。各委員はどの分科会にも自由に参加できた。この研究会では、問題を解くための議論はしないで、もっ

ばら「よい問題を作る」ことに専念した。その成果は、1993年に公開シンポジウムとして報告するとともに、1994年には書籍として出版した[15]。この活動は、同学会のパターン認識・メディア理解研究専門委員会の中に2007年に設置されたグランドチャレンジ・ワーキンググループに引き継がれていった[14]。

6. 参考文献

- [1] 飯島泰蔵：“擬似直交性理論とその空間回路網への応用”，1973年度電子通信学会全国大会，no.S8-1，pp.92-93 (1973.3).
- [2] 小川英光，飯島泰蔵：“擬似直交性理論”，電子通信学会，パターン認識と学習研究会，no.PRL73-44，pp.1-12 (1973.7).
- [3] H. Ogawa and I. Kumazawa: “Radon transform and analog coding”, in G. T. Herman, A. K. Louis and F. Natterer (eds.): *Mathematical Methods in Tomography*, Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, vol.1497, pp.229-241 (1991).
- [4] 小川英光：“擬似直交性理論からみた標本点数の偶奇性に関する一考察”，電子通信学会，パターン認識と学習研究会，no.PRL76-20，pp.11-18 (1976.7).
- [5] 小川英光：“擬似双直交性理論による標本化定理の統一的取扱い”，電子通信学会，パターン認識と学習研究会，no.PRL80-4，pp.23-30 (1980.5).
- [6] H. Ogawa: “What can we see behind sampling theorems?”, Invited Paper, Special Section on Latest Advances in Fundamental Theories of Signal Processing, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol.E92-A, no.3, pp.688-695 (March 2009).
- [7] H. Ogawa and E. Oja: “Can we solve the continuous Karhunen-Loeve eigenproblem from discrete data?”, IEICE Transactions (E), vol.E69, no.9, pp.1020-1029 (Sept. 1986).
- [8] 小川英光：“[招待講演] 逆問題とニューラルネットワーク”，電子情報通信学会，第2回回路とシステム軽井沢ワークショップ，pp.262-268 (1989.5).
- [9] H. Ogawa and E. Oja: “Optimally generalizing neural networks”, IJCNN'91-Singapore, IEEE & INNS International Joint Conference on Neural Networks, Singapore, pp.2050-2055 (Nov. 1991).
- [10] S. Vijayakumar and H. Ogawa: “A functional analytic approach to incremental learning in optimally generalizing neural networks”, IEEE ICNN'95, 1995 IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia, pp.777-782 (Nov. 1995).
- [11] 小川英光，山崎一孝：“ニューラルネットの汎化能力と過学習”，日本神経回路学会全国大会講演論文集，no.O1-1，pp.24-25 (1991.12).
- [12] 平林晃，小山隆明，小川英光：“射影学習族の記憶学習に対する許容性”，日本神経回路学会全国大会，no.P3-3(90)，pp.192-193 (1997.11).
- [13] 北川克一，平林晃，小川英光，水谷竜也：“狭帯域白色光干渉による高速表面形状測定装置の開発—帯域通過型標本化定理の応用”，計測自動制御学会全国大会，no.103D-4 (2000.7).
- [14] 電子情報通信学会誌，小特集：パターン認識・メディア理解のグランドチャレンジ，vol.92，no.8，pp.639-664 (2009.8).

7. 著書

- [15] 小川英光(編著)：パターン認識・理解の新たな展開—挑戦すべき課題，電子情報通信学会 (1994.2).
- [16] 小川英光：工学系の関数解析，森北出版 (2010.5).
- [17] 小川英光：擬似双直交性理論—信号・画像処理および機械学習への応用，東京大学出版会 (2020.1).

(2021-7-10 小川英光-談)